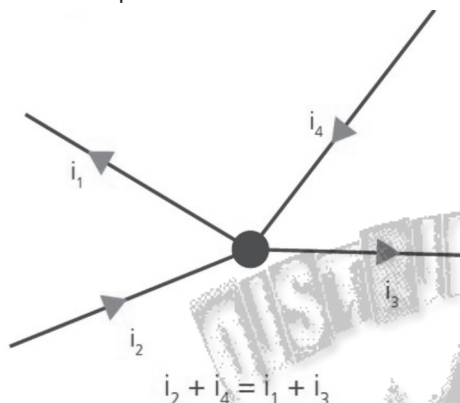


Aula 18

Leis de Kirchhoff

Primeira Lei: Lei dos nós

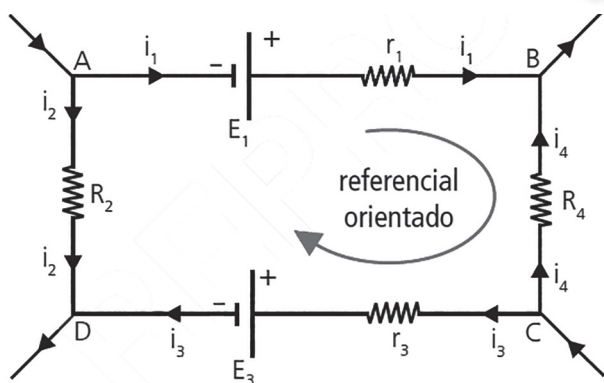
“Em um nó (ponto comum), a soma das intensidades das correntes elétricas que chegam é igual à soma das intensidades das correntes elétricas que saem.”



Segunda Lei: Lei das Tensões

A Lei das Tensões de Kirchhoff (LTK) pode ser enunciada da seguinte forma: a soma das elevações de potencial ao longo de um percurso fechado qualquer (malha) é igual à soma das quedas de potencial no mesmo percurso fechado. Assumindo-se que as quedas de potencial (sentido de percurso do terminal positivo para o negativo) são positivas ao longo do percurso, e que as elevações de potencial (sentido do percurso do terminal negativo para o positivo) são negativas, a Lei das Tensões de Kirchhoff estabelece que, “percorrendo-se uma malha (caminho fechado em um circuito) num certo sentido, partindo-se e chegando-se ao mesmo ponto, a soma algébrica das ddp é nula, $\Sigma U = 0$ ”.

Veja o exemplo a seguir:



$$V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_A = 0$$

$$-E_1 + r_1 i_1 - R_4 i_4 + r_3 i_3 + E_3 - R_2 i_2 = 0$$

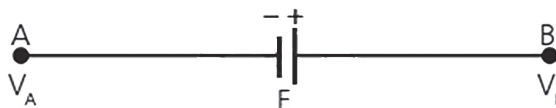
$$E_1 + R_4 i_4 + R_2 i_2 = r_1 i_1 + r_3 i_3 + E_3$$

Análise da DDP em elementos de circuitos

Geradores e Receptores

Geradores e receptores têm dois polos: um positivo (+), de maior potencial, e outro negativo (-), de menor potencial.

Considerando, então, a bateria (geradora ou receptora) da figura a seguir, podemos afirmar que o potencial de B (V_B) é maior que o de A (V_A): $V_B > V_A$.



Portanto, para calcularmos a diferença de potencial entre esses dois pontos, temos que considerar duas situações matemáticas, a saber:

- $V_B - V_A = +E$
- $V_A - V_B = -E$

Observação:

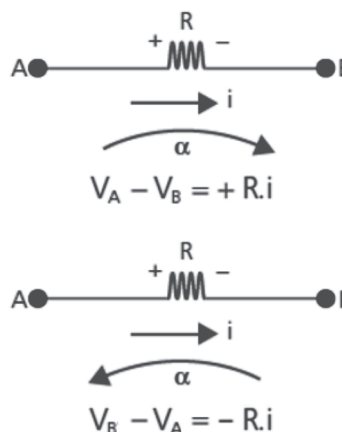
O sinal (+ ou -) da ddp nos terminais de uma bateria independente do sentido da corrente elétrica circulante. Observe que, no caso da figura, a corrente flui no sentido $A \rightarrow B$, se for um gerador, e no sentido contrário, $B \rightarrow A$, se for um receptor. Independente disso, o sinal da ddp depende apenas do sentido de leitura escolhido: $A \rightarrow B$ ou $B \rightarrow A$.

Resistor

Resistores são elementos de circuito externos aos geradores. Portanto, pode-se afirmar que, neles, a corrente flui do maior para o menor potencial, ou seja, no caso da figura a seguir, $V_A > V_B$.

Assim, para determinarmos o valor da diferença de potencial nos terminais do resistor, temos que considerar o seguinte:

- $V_A - V_B > 0$;
- $V_B - V_A < 0$;
- $|V_A - V_B| = |V_B - V_A| = U$;
- $U = R \cdot i$ (1ª Lei de Ohm).

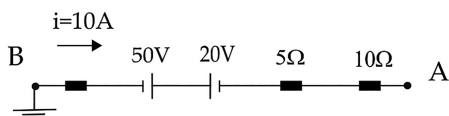




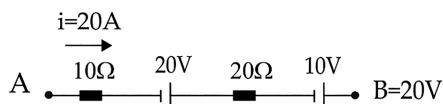
Exercícios

1. Calcule o potencial A e a diferença de potencial U_{AB} nas situações seguintes:

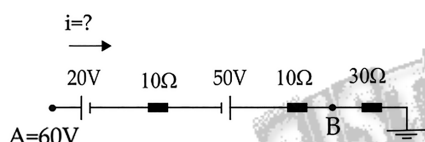
A)



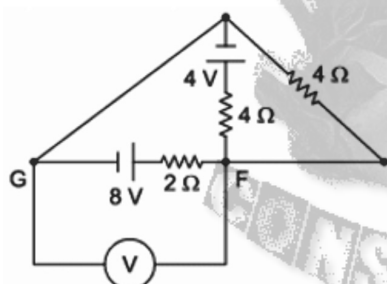
B)



C)



2. (EsPCEX) O desenho a seguir representa um circuito elétrico composto por gerador, receptor, condutores, um voltímetro (V), todos ideais, e resistores ôhmicos.



Desenho ilustrativo fora de escala

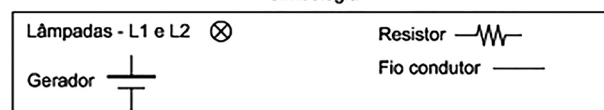
O valor da diferença de potencial (ddp), entre os pontos F e G do circuito, medida pelo voltímetro, é igual a

- A) 1,0 V
B) 3,0 V
C) 4,0 V
D) 5,0 V
E) 8,0 V
3. (EsPCEX) Um aluno irá montar um circuito elétrico com duas lâmpadas incandescentes, L1 e L2, de resistências elétricas constantes, que têm as seguintes especificações técnicas fornecidas pelo fabricante, impressas nas lâmpadas:
- L1: 30 V e 60 W;
 - L2: 30 V e 30 W;

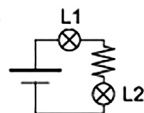
Além das duas lâmpadas, ele também usará um gerador ideal de tensão elétrica contínua de 60 V, um resistor ôhmico de 30 Ω e fios condutores elétricos ideais.

Utilizando todo material anterior descrito, a configuração da montagem do circuito elétrico, para que as lâmpadas funcionem corretamente com os valores especificados pelo fabricante das lâmpadas será:

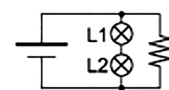
Simbologia



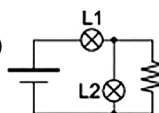
A)



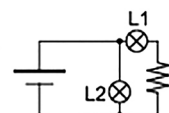
B)



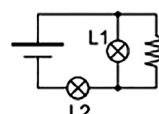
C)



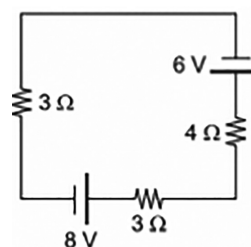
D)



E)

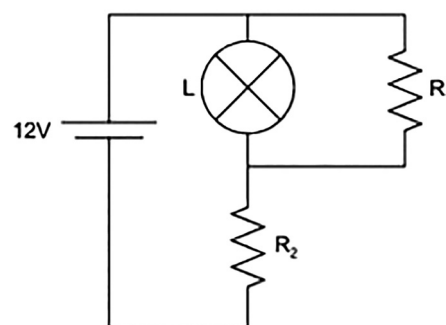


4. (EsPCEX) O desenho a seguir representa um circuito elétrico composto por resistores ôhmicos, um gerador e um receptor ideal.



A potência elétrica dissipada no resistor de 4 Ω do circuito é:

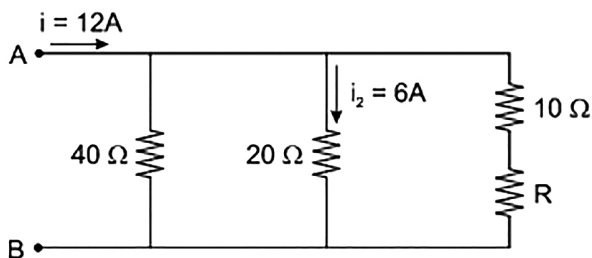
- A) 0,16 W
B) 0,20 W
C) 0,40 W
D) 0,72 W
5. O circuito, apresentado na figura a seguir, mostra uma pequena lâmpada (L) que deve operar sob tensão de 3,0 V e com uma corrente elétrica de 0,50 A. Para isto, devem-se ligar dois resistores, R_1 e R_2 , com o mesmo valor de resistência, conforme a figura.



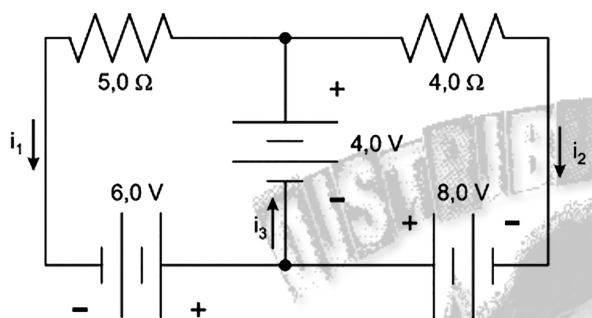
Assinale a alternativa que corresponde ao valor desta resistência.

- A) 4,0 Ω
B) 6,0 Ω
C) 12 Ω
D) 10 Ω
E) 8,0 Ω

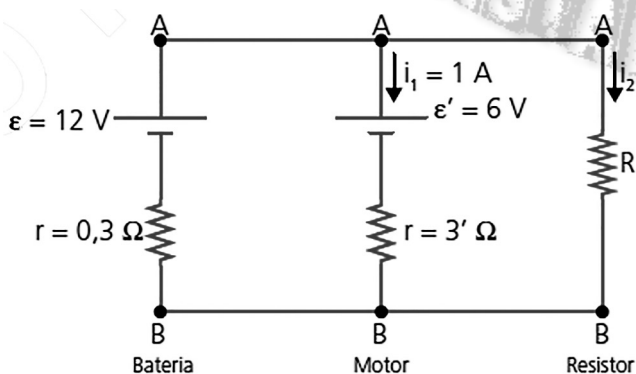
6. A resistência R na associação de resistores a seguir é igual a



- A) 10 Ω
 B) 20 Ω
 C) 30 Ω
 D) 40 Ω
7. De acordo com a figura, os valores das correntes elétricas i_1 , i_2 e i_3 são, respectivamente, iguais a:



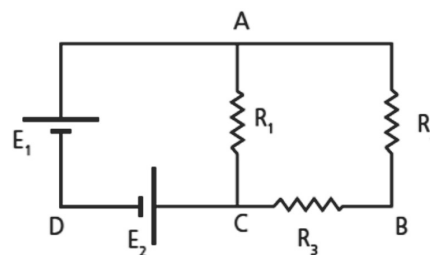
- A) 2,0 A, 3,0 A, 5,0 A
 B) -2,0 A, 3,0 A, 5,0 A
 C) 3,0 A, 2,0 A, 5,0 A
 D) 5,0 A, 3,0 A, 8,0 A
 E) 2,0 A, -3,0 A, -5,0 A
8. Uma bateria de 12 V de força eletromotriz e 0,3 Ω de resistência interna foi ligada a um motor de resistência interna igual a 3 Ω . Em paralelo com o motor, foi instalado um resistor de resistência R .



Sabendo que a intensidade de corrente no motor é igual a 1 A e que ele opera com força contraeletromotriz igual a 6 V, calcule R .

- A) 5 Ω
 B) 4 Ω
 C) 3 Ω
 D) 2 Ω
 E) 1 Ω

9. O circuito a seguir representa uma instalação elétrica com algumas fontes de tensão que devem ser consideradas ideais e resistores. Utilizando as Leis de Kirchhoff, determine o valor das correntes do circuito.



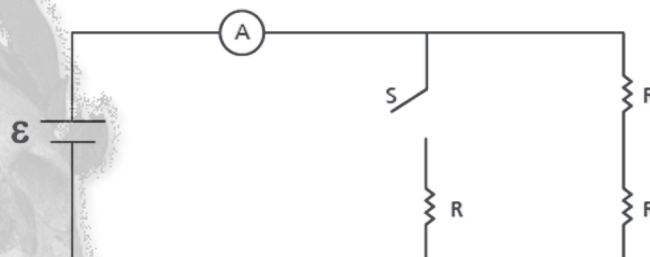
Dados:

$$R_1 = 4 \Omega; R_2 = 3,3 \Omega; R_3 = 2,7 \Omega;$$

$$E_1 = 36 \text{ V}; E_2 = 12 \text{ V};$$

- A) $I_1 = 2 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}, I_3 = 11 \text{ A}$
 B) $I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}, I_3 = 5 \text{ A}$
 C) $I_1 = 6 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}, I_3 = 10 \text{ A}$
 D) $I_1 = 6 \text{ A}, I_2 = 2 \text{ A}, I_3 = 8 \text{ A}$
 E) $I_1 = 4 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}, I_3 = 8 \text{ A}$

10. (UFMG) Observe este circuito, constituído de três resistores de mesma resistência R ; um amperímetro A; uma bateria ϵ ; e um interruptor S:

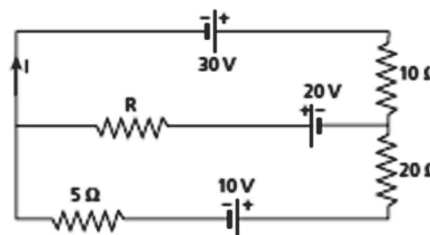


Considere que a resistência interna da bateria e a do amperímetro são desprezíveis e que os resistores são ôhmicos. Com o interruptor S inicialmente desligado, observa-se que o amperímetro indica uma corrente elétrica I .

Com base nessas informações, é correto afirmar que, quando o interruptor S é ligado, o amperímetro passa indicar uma corrente elétrica:

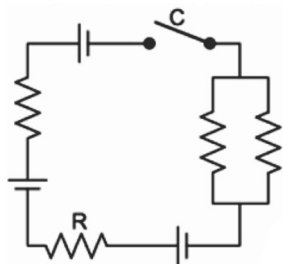
- A) $\frac{2I}{3}$
 B) $\frac{I}{2}$
 C) $2I$
 D) $3I$

11. No circuito esquematizado na figura, sabemos que $I = 2 \text{ A}$. O valor de R e a potência dissipada na resistência de 20 W valem, respectivamente:



- A) 15 W e 240 W.
 B) 15 W e 20 W.
 C) 10 W e 240 W.
 D) 15 W e zero.

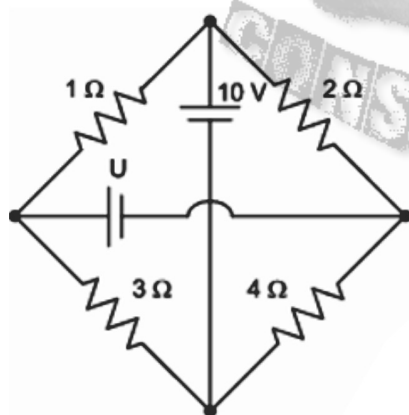
12. No circuito da figura a seguir, todas as fontes de tensão são ideais e de 10 V, e todos os resistores são de 4 Ω .



Quando a chave C for fechada, a potência, em W, dissipada no resistor R, será de

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5
13. Em um circuito elétrico simples há duas baterias ε_1 e ε_2 , acopladas em série a um resistor de resistência R e a um amperímetro ideal, que acusa 6,0 A quando as baterias funcionam como geradores em série. Ao se inverter a polaridade da bateria ε_1 , o amperímetro passa a indicar a corrente elétrica de intensidade 2,0 A, com o mesmo sentido de antes da inversão. Conhecendo-se $\varepsilon_2 = 24$ V, no cálculo de ε_1 , em volt, encontra-se
- A) 12
B) 14
C) 16
D) 18
E) 24

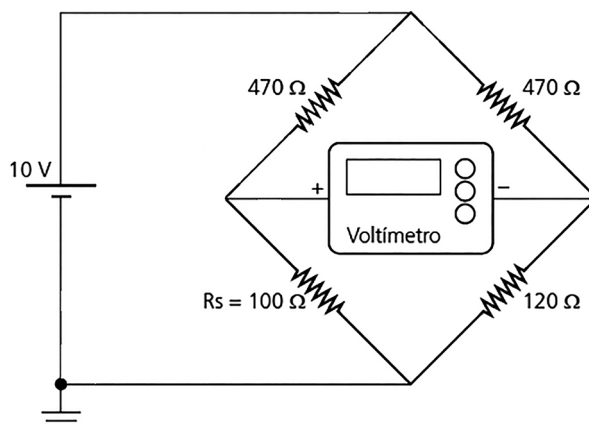
14.



A figura anterior mostra um circuito formado por quatro resistores e duas baterias. Sabendo que a diferença de potencial entre os terminais do resistor de 1 Ω é zero, o valor da tensão U, em volts, é

- A) 154/15
B) 30/4
C) 70/9
D) 10
E) 154/30

15. (Enem) Medir temperatura é fundamental em muitas aplicações, e apresentar a leitura em mostradores digitais é bastante prático. O seu funcionamento é baseado na correspondência entre valores de temperatura e de diferença de potencial elétrico. Por exemplo, podemos usar o circuito elétrico apresentado, no qual o elemento sensor de temperatura ocupa um dos braços do circuito (R_s) e a dependência da resistência com a temperatura é conhecida.



Para um valor de temperatura em que $R_s = 100 \Omega$, a leitura apresentada pelo voltímetro será de

- A) +6,2 V
B) +1,7 V
C) +0,3 V
D) -0,3 V
E) -6,2 V

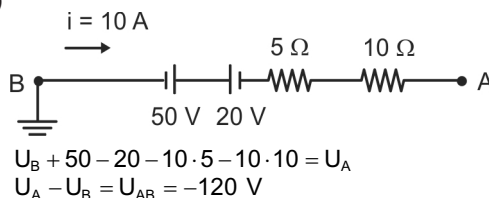
Gabarito

1	2	3	4	5
*	D	C	A	C
6	7	8	9	10
C	A	E	C	D
11	12	13	14	15
D	D	A	C	D

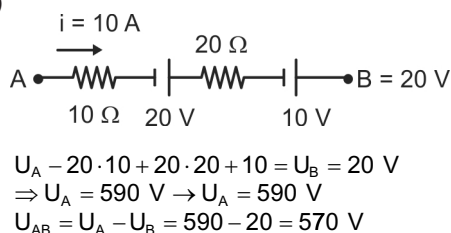
- * 01. A) $U_{AB} = -120$ V
B) $V_A = 590$ V, $U_{AB} = 570$ V
C) $i = 9/5$ A, $V_B = 54$ V

Resolução

01. a)



b)



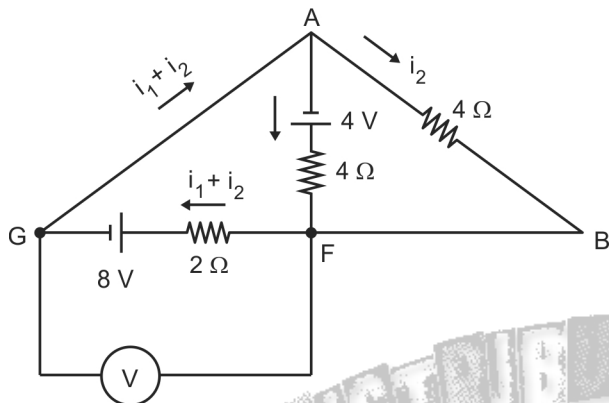
c)

$$60 - 20 - 10i + 50 - 10i - 30i = 0$$

$$50i = 90 \Rightarrow i = \frac{9}{5}$$

$$U_B - 30i = 0 \Rightarrow U_B = 30 \cdot \frac{9}{5} \Rightarrow U_B = 54 \text{ V}$$

02.



Malha GAFG:

$$V_G + 4 - 4 \cdot i_1 - 2(i_1 + i_2) - 8 = V_G$$

$$\Rightarrow -6i_1 - 2i_2 + 4 = 0 \Rightarrow 3i_2 + i_1 = -2 \quad \text{I}$$

Malha ABFA:

$$V_A - 4i_2 + 4i_1 - 4 = V_A$$

$$\Rightarrow i_2 - i_1 = 1 \quad \text{II}$$

de I e II, temos:

$$4i_1 = -1 \Rightarrow i_1 = -0,25 \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_2 = -1,25 \text{ A}$$

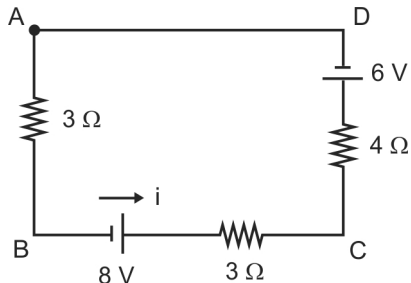
$$V_F - (i_1 + i_2) \cdot 2 - 8 = V_G \Rightarrow V_F - V_G = 8 + (-0,25 - 1,25) \cdot 2$$

$$\Rightarrow V_F - V_G = 8 - 3$$

$$U_{FG} = 5 \text{ V}$$

Resposta: D

04.



Malha ABCD:

$$V_A - 3i + 8 - 3i - 4i - 6 = V_A$$

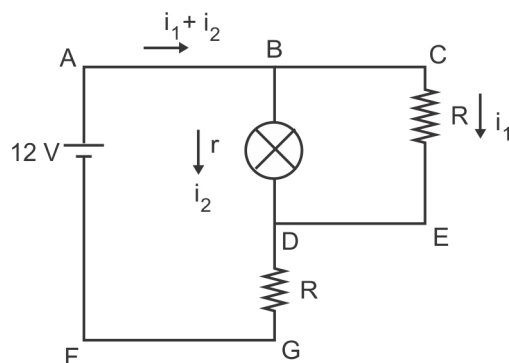
$$\Rightarrow 10i = 2 \Rightarrow i = 0,2 \text{ A}$$

Potência no resistor de 4 Ω:

$$P = R \cdot i^2 = 4 \cdot 0,2^2 = 0,16 \text{ W}$$

Resposta: A

05.



Sejam R as resistências R_1 e R_2 e r a resistência da lâmpada.

$$3 \text{ V}; 0,5 \text{ A} \rightarrow V = ri \rightarrow 3 = r \cdot 0,5 \Rightarrow r = 6 \Omega$$

Veja que $i_2 = 0,5 \text{ A}$

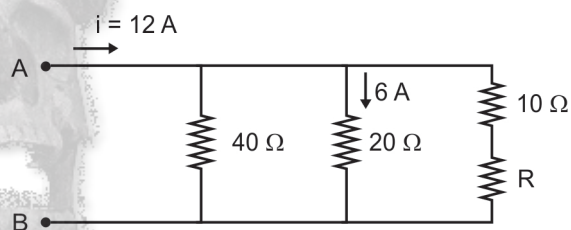
$$U_{BD} = U_{CE} \Rightarrow 3 \text{ V} = R \cdot i_1 \Rightarrow R \cdot i_1 = 3$$

$$U_{AF} = U_{CG} \Rightarrow 12 \text{ V} = R \cdot i_2 + r(0,5 + i_2) \Rightarrow 12 = \frac{Ri_2}{3} + \frac{R}{2} + \frac{Ri_1}{3}$$

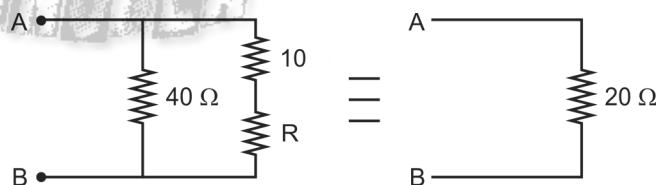
$$\Rightarrow \frac{R}{2} = 12 - 6 \Rightarrow R = 12 \Omega$$

Resposta: C

06.



Se passam 6 A pelo resistor de 20 Ω, então passam 6 A pelos resistores restantes. Assim, temos a resistência equivalente



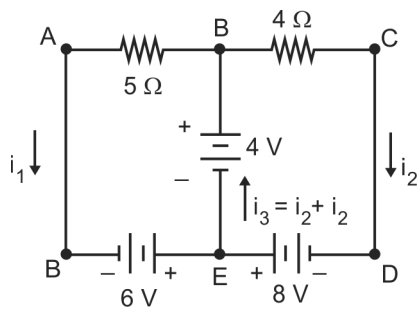
Assim, temos:

$$\frac{40(10 + R)}{50 + R} = 20 \Rightarrow 400 + 40R = 1000 + 20R$$

$$\Rightarrow 600 = 20R \Rightarrow R = 30 \Omega$$

Resposta: C

07.



Malha ABEFA:

$$V_A + 5i_1 - 4 - 6 = V_A \Rightarrow i_1 = 2 \text{ A}$$

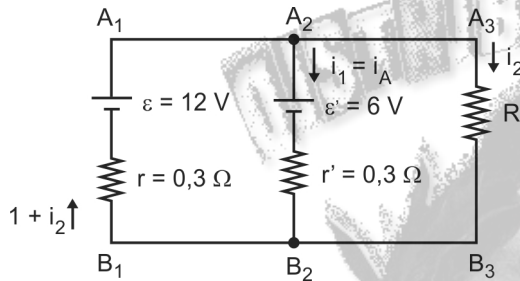
Malha BCDEB:

$$V_B - 4i_2 + 8 + 4 = V_B \Rightarrow 4i_2 = 12 \Rightarrow i_2 = 3 \text{ A}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 2 + 3 \Rightarrow i_3 = 5 \text{ A}$$

Resposta: A

08.



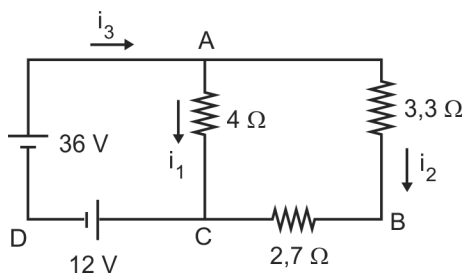
$$A_2B_2: V_A - 6 - 3 \cdot 1 = V_B \Rightarrow U_{AB} = 9 \text{ V}$$

$$A_1B_1: V_A - 12 + 0,3 \cdot (1 + i_2) = V_B \Rightarrow U_{AB} = 12 - 0,3 - 0,3i_2 \Rightarrow 9 \text{ V} = 12 \text{ V} - 0,3 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = 9 \text{ A}$$

$$A_3B_3: 9 \text{ V} = R \cdot i_2 \Rightarrow 9 = R \cdot 9 \Rightarrow R = 1 \Omega$$

Resposta: E

09.



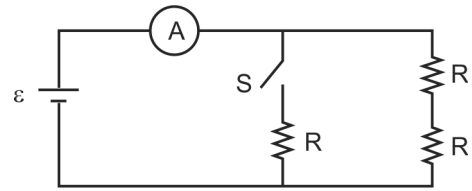
$$\text{malha DACD: } V_D + 36 - 4i_1 - 12 = V_D \Rightarrow i_1 = 6 \text{ A}$$

$$\text{malha ABCA: } V_A - 3,3i_2 - 2,7i_2 + 4i_1 = V_A \Rightarrow -6i_2 + 4 \cdot 6 = 0 \Rightarrow i_2 = 4 \text{ A}$$

$$\text{n } A: i_3 = i_1 + i_2 \Rightarrow i_3 = 6 + 4 \Rightarrow i_3 = 10 \text{ A}$$

Resposta: C

10.

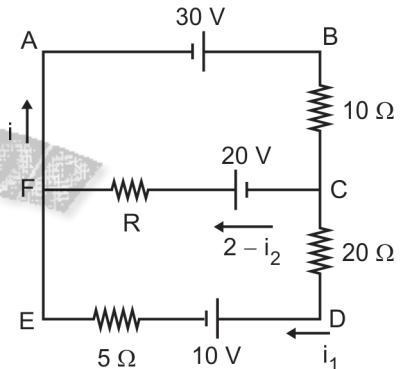


$$\text{I) Interruptor desligado: } \varepsilon = 2R \cdot I \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2R}$$

$$\text{II) Interruptor ligado: } R_{eq} = \frac{R \cdot 2R}{3R} = \frac{2R}{3} \Rightarrow \varepsilon = \frac{2R}{3} \cdot I_f \Rightarrow I_f = \frac{3\varepsilon}{2R} = 3 \cdot \frac{\varepsilon}{2R} \Rightarrow I_f = 3I$$

Resposta: D

11.



Malha ABCDEFA:

$$V_A + 30 - 10 \cdot 2 - 20i_1 - 10 - 5i_1 = V_A \Rightarrow i_1 = 0 \text{ A}$$

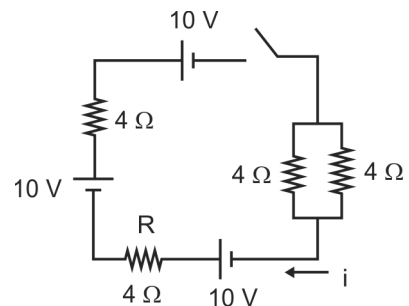
Malha ABCFA:

$$V_A + 30 - 10 \cdot 2 + 20 - R \cdot (2 - i_1) = V_A \Rightarrow R = 15 \Omega$$

Potência no resistor de 20 Ω; $P = U \cdot i_1 = U \cdot 0 = 0 \text{ W}$

Resposta: D

12.



$$R_{eq} = 4 + 4 + \frac{4}{2} = 10 \Omega$$

$$E_{eq} = 10 - 10 + 10 = 10 \text{ V}$$

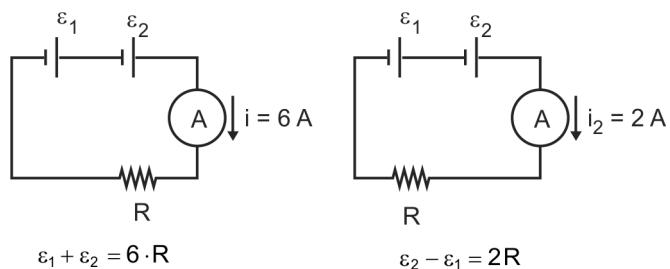
$$10 \text{ V} = 10 \Omega \cdot i$$

$$\Rightarrow i = 1 \text{ A}$$

Potência dissipada em R: $P = Ri^2 = 4 \cdot 1^2 = 4 \text{ W}$

Resposta: D

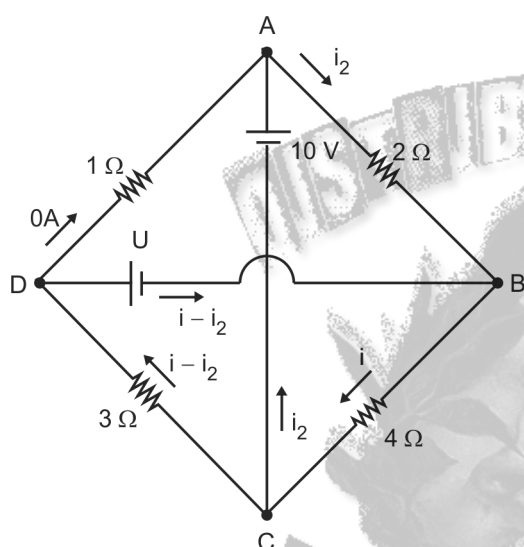
13.



$$\begin{aligned}\varepsilon_2 = 24 \text{ V} &\Rightarrow 3(24 - \varepsilon_1) = 3 \cdot 2R = 6R \\ &\Rightarrow 3(24 - \varepsilon_1) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ &\Rightarrow 3(24 - \varepsilon_1) = \varepsilon_2 + 24 \\ &\Rightarrow 72 - 3\varepsilon_1 = \varepsilon_2 + 24 \\ &\Rightarrow 4\varepsilon_1 = 48 \\ &\Rightarrow \boxed{\varepsilon_1 = 12 \text{ V}}\end{aligned}$$

Resposta: A

14.



Malha ABCA:

$$V_A - 2i_2 - 4i + 10 = V_A \Rightarrow \boxed{2i + i_2 = 5} \quad (1)$$

Malha ABCDA:

$$\begin{aligned}V_A - 2i_2 - 4i - 3(i - i_2) - 0 \cdot 1 &= V_A \\ \Rightarrow -2i_2 - 4i - 3i + 3i_2 &= 0 \\ \Rightarrow i_2 - 7i &= 0 \Rightarrow \boxed{i_2 = 7i} \quad (2)\end{aligned}$$

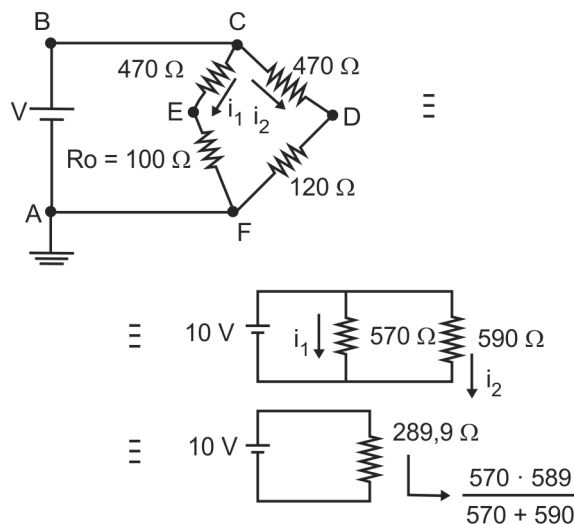
$$(2) \text{ em } (1): 2i + 7i = 5 \Rightarrow \boxed{i = \frac{5}{9} \text{ A}} \Rightarrow \boxed{i_2 = \frac{35}{9} \text{ A}}$$

Malha ABDA:

$$V_A - 2i_2 + U = V_A \Rightarrow U = 2i_2 \Rightarrow \boxed{U = \frac{70}{9}}$$

Resposta: C

15.



$$\begin{aligned}10 &= 289,9 i \\ i &= 0,03449 \text{ A}\end{aligned}$$

$$i_1 = \frac{10}{570} = 0,01754 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{10}{590} = 0,01694 \text{ A}$$

$$\begin{aligned}V_E + 470i_1 - 470i_2 &= V_D \\ V_E - V_D &= 470(i_2 - i_1) \Rightarrow U_{ED} = 470(0,01694 - 0,01754)\end{aligned}$$

$$\boxed{U_{ED} = 0,3 \text{ V}}$$

Resposta: D



Anotações